

# Apšvieta nuo pakrypusios stačiakampės plokštumos

**R. Barauskas, S. Masiokas, V. Pakėnas**

*Sisteminės analizės katedra, Kauno technologijos universitetas*

*Studentų g. 50, LT-3031 Kaunas, Lietuva*

*Elektros ir šviesos inžinerijos katedra, Kauno technologijos universitetas*

*A. Mickevičiaus g. 37, LT - 3000 Kaunas, Lietuva*

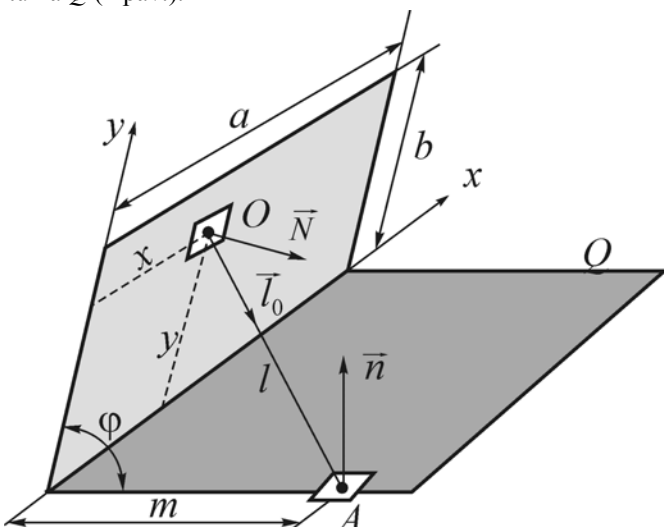
Komfortiško apšvietimo įrenginiams plačiai naudojami didelio ploto šviečiantieji paviršiai, dažniausiai plokšti. Viena vertus, tokie apšvietimo įrenginiai daugiausia esti originalios architektūros, tačiau, kita vertus, inžineriniai jų skaičiavimo metodai dėl sudėtingumo dažnai pakeičiami labai apytiksliais, kartais net intuityviais, samprotavimais.

Skaičiuoti tiesioginę taško apšvietą nuo šviečiančių stačiakampių galima įvairiais metodais. Vienas iš jų – H. Higbie metodas [1], kurio pagrindu buvo sudarytos Ratnerio diagramos [2]. Paplitus moderniai skaičiavimo technikai jos jau prarado prasmę, o H. Higbie darbai šiuolaikinėje literatūroje liko nepastebėti.

## H. Higbie metodas

Skaičiuojamoji apšvieta priklauso nuo šviečiančiojo paviršiaus formos, ploto ir jo padėties apšviečiamosios plokštumos atžvilgiu. Projektuojant palubinius šviestuvus, švieslubes ar dirbtinius langus, būtina apskaičiuoti reikiamą jų paviršiaus skaitį  $L$  (arba šviesį  $M$ ), kuriam esant būtų sukurta pageidaujama apšvieta  $E$ .

Tolygaus skaisčio šviečiantysis stačiakampis, kurio kraštinės  $a$  ir  $b$ , sudaro kampą  $\varphi$  su apšviečiamąja plokštuma  $Q$  (1 pav.).



1 pav. Schema taško  $A$  apšvietai nuo šviečiančiojo stačiakampio apskaičiuoti

Šviečiančiajame paviršiuje išskiriamas elementarus stačiakampis  $O$ , kurio kraštinės  $dx$  ir  $dy$ , o koordinatės  $x, y$ . Plokštumos  $Q$  taško  $A$  apšvietą  $E_A$  nuo šio elementaraus stačiakampio galima apskaičiuoti šitaip:

$$dE_A = L \frac{dx dy \cos(\vec{N}, \vec{l})}{l^2} \cos(\vec{n}, \vec{l}); \quad (1)$$

čia  $L$  – šviečiančiojo stačiakampio skaitis ( $\text{cd/m}^2$ );

$\vec{N}$  ir  $\vec{n}$  – šviečiančiojo ir apšviečiamojo paviršiaus normalieji vektoriai;

$l$  – atstumas tarp elementaraus šviečiančiojo stačiakampio  $O$  ir apšviečiamojo taško  $A$  (m).

Šią lygtį pertvarke, gauname:

$$dE_A = L m \sin^2 \varphi \frac{y dx dy}{(m^2 + x^2 + y^2 - 2my \cos \varphi)^2}. \quad (2)$$

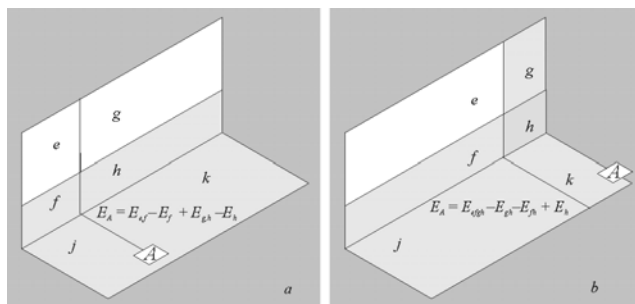
Gautą (2) išraišką integruodami pagal šviečiančiojo stačiakampio plotą, gauname taško  $A$  apšvietos nuo stačiakampio, kurio kraštinės  $a$  ir  $b$ , lygtį:

$$E_A = L m \sin^2 \varphi \int_{x=0}^{x=a} \int_{y=0}^{y=b} \frac{y dx dy}{(m^2 + x^2 + y^2 - 2my \cos \varphi)^2}. \quad (3)$$

Suintegravę gauname:

$$E_A = \frac{L}{2} \left[ \arctan \frac{a}{m} + \frac{b \cos \varphi - m}{\sqrt{m^2 + b^2 - 2mb \cos \varphi}} \arctan \frac{a}{\sqrt{m^2 + b^2 - 2mb \cos \varphi}} + \frac{a \cos \varphi}{\sqrt{m^2 \sin^2 \varphi + a^2}} \arctan \frac{b \sqrt{m^2 \sin^2 \varphi + a^2}}{m^2 + a^2 - mb \cos \varphi} \right]. \quad (4)$$

Ši lygtis taikytina tik taško  $A$ , kuris yra apšviečiamosios stačiakampės plokštumos krašte (žr. 1 pav.), apšvietai



2 pav.

apskaičiuoti. Be to, šviečiantysis stačiakampis turi būti prigludęs prie apšviečiamojo.

Rašydami lygtis laikėme, kad nagrinėjame plačiausiai praktikoje naudojamą apšvietimo įrenginio variantą, kai visų šviečiančiojo stačiakampio taškų skaištis  $L$  pastovus. Vadinasi, buvo parinktas šviečiantysis stačiakampis, kuris yra idealus (matinis) šviesos sklaidytuvas, todėl jo skaištį  $L$  galima pakeisti šviesiu:  $M = L/\pi$  ( $\text{lm}/\text{m}^2$ ). Projektuoti tokį apšvietimo įrenginį ir parinkti šviesos šaltinius paprasčiau – apskaičiuojamas šviečiančiosios plokštumos šviesis  $M$  reikiamai taško  $A$  apšvietai  $E_A$  sudaryti.

### Bendresni atvejai

1. Šviečiantysis stačiakampis neprigludęs prie apšviečiamojo; skaičiuojama taško  $A$  (2 pav., *a*) apšvietas.

Šiuo atveju sudaroma prigludusi plokštuma, kuri suskaidoma į keturias dalis ( $e, f, g, h$ ), atsižvelgiant į taško  $A$  padėtį. Taško  $A$  apšvietas skaičiuojamas pagal (4) lygtį tomis pačiomis sąlygomis, tik šiuo atveju, taikant superpozicijos principą, apšvietas nuo nešviečiančių stačiakampių ( $f$  ir  $h$ ) atimama. Taško  $A$  apšvietas:

$$E_A = E_{ef} - E_f + E_{gh} - E_h; \quad (5)$$

čia  $E_{ef}$ ,  $E_f$ ,  $E_{gh}$ ,  $E_h$  – taško  $A$  apšvietas nuo atitinkamų šviečiančiųjų stačiakampių.

2. Šviečiantysis stačiakampis neprigludęs prie apšviečiamojo; skaičiuojama taško  $A$  (2 pav., *b*) apšvietas.

Šiuo atveju apšviečiamasis stačiakampis sudaromas taip, kad taškas  $A$  būtų jos krašte. Prie jos prigludęs stačiakampis suskaidomas į keturias dalis ( $e, f, g, h$ ). Taikant superpozicijos principą, apšvietas skaičiuojamas nuo šviečiančiųjų ( $e$ ) ir nešviečiančiųjų stačiakampių ( $f, g$  ir  $h$ ). Pastarųjų apšvietas atimama. Šiuo atveju  $h$  stačiakampio „sukurta“ apšvietas buvo du kartus atimta, todėl apšvietą nuo jo reikia papildomai pridėti.

Taško  $A$  apšvietas šiuo atveju

$$E_A = E_{efgh} - E_{gh} - E_{fh} + E_h; \quad (6)$$

čia  $E_{efgh}$ ,  $E_{gh}$ ,  $E_{fh}$ ,  $E_h$  – taško  $A$  apšvietas nuo atitinkamų šviečiančiųjų stačiakampių.

### Skaičiavimo programa

Programa skaičiavimams atlikti pagal (4) lygtį sudaryta MATLAB terpėje.

Programos pradiniai duomenys: a) pakrypusiojo ir jame esančių šviečiančiųjų stačiakampių geometriniai matmenys; b) šviečiančiojo stačiakampio šviesis; c) horizontaliojo (apšviečiamojo) stačiakampio geometriniai matmenys; d) kampas tarp pakrypusiojo ir horizontaliojo stačiakampių.

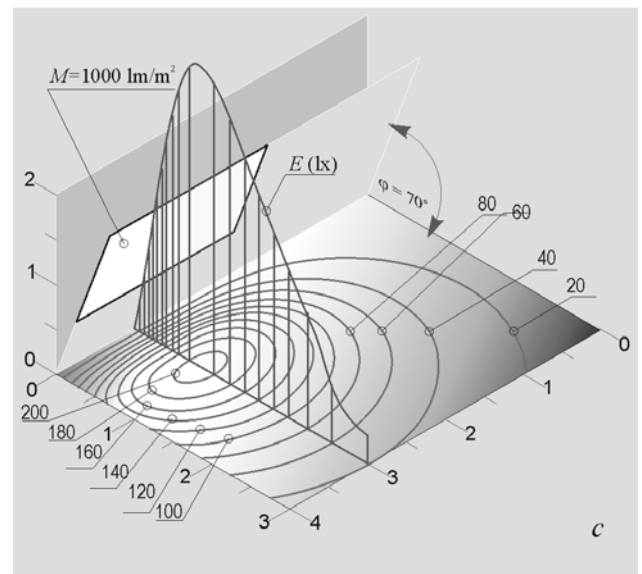
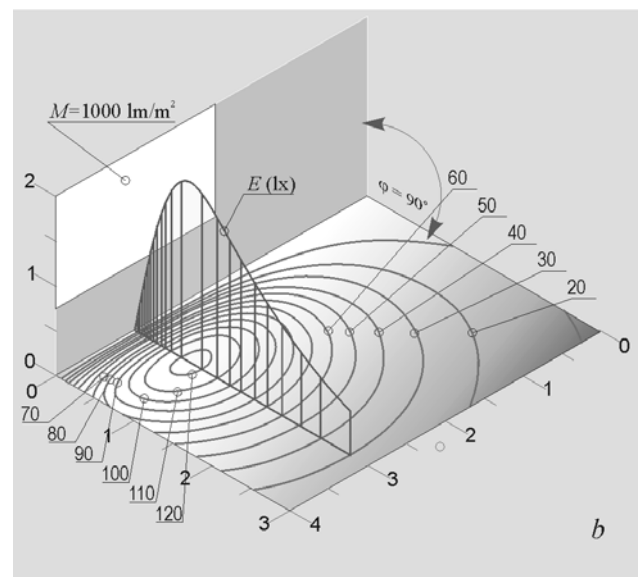
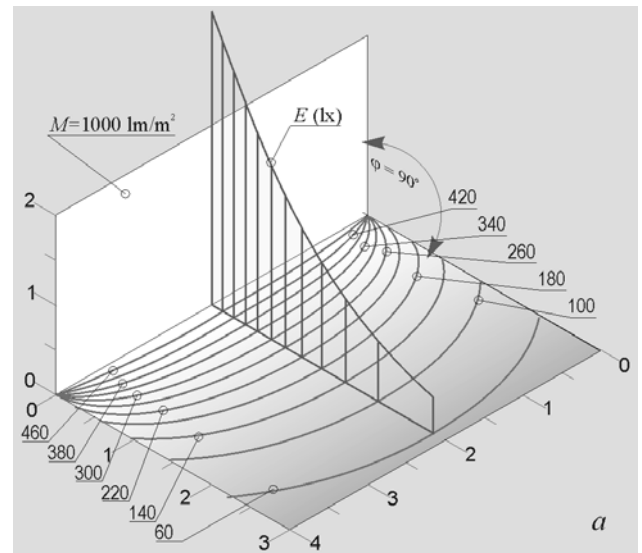
Horizontaliojo stačiakampio apšvietas skaičiuojamas trimis ciklais. Pirmojo ciklo metu sudaroma stačiakampio  $j$  (žr. 2 pav., *b*) diskretinių taškų apšvietos matrica:

$$[E_j] = [E_{ef}] - [E_f]; \quad (7)$$

čia  $[E_{ef}]$  ir  $[E_f]$  – stačiakampio  $j$  apšvietos nuo stačiakampio  $e$  ir  $f$  bei  $f$  matricos.

Antrojo ciklo metu apskaičiuojama tik stačiakampio  $k$  apšvietos matrica:

$$[E_k'] = [E_{efgh}] - [E_{fh}]. \quad (8)$$



**3 pav.** Būdingi apšvietos nuo šviečiančiųjų stačiakampių pasiskirstymo variantai. Visuose pavyzdžiuose laikoma, kad  $a = 4 \text{ m}$ ,  $b = 2 \text{ m}$ ,  $M = 1000 \text{ lm}/\text{m}^2$

Trečiojo ciklo metu sudaroma stačiakampio  $k$  neigiamą apšvietos matrica, laikant, kad stačiakampių  $g$  ir  $h$  šviešis  $M$  yra neigiamas:

$$[E_k] = [E_{gh}] - [E_h]. \quad (9)$$

Horizontaliojo stačiakampio apšvieta gaunama susumavus  $[E_j]$ ,  $[E_k]$  ir  $[E_k]$  matricas. Skaičiavimo rezultatai iliustruojami, nubraižius horizontalųjį, pakrypusį ir šviečiantįjį stačiakampius. Horizontaliojoje plokštumoje pavaiduotos normalizuotos apšvietos lygio linijos.

### Skaičiavimo pavyzdžiai

Sukurta skaičiavimo programa leidžia apskaičiuoti apšvietos pasiskirstymą tiriamojame plokštumoje. Skaičiuotei pailiustruoti pateiksime keletą dažniausiai praktikoje pasitaikančių pavyzdžių.

**1 pavyzdys** (3 pav., a). Tai šviečiančiosios sienos atvejis – šviečiantysis stačiakampis prigludęs prie apšviečiamojo ir abu jie statmeni. Apskaičiuotos apšvietos pasiskirstymo diagrama rodo, kad apšvieta pasiskirsto simetriškai ir sparčiai mažėja, tolstant nuo šviečiančiojo stačiakampio.

**2 pavyzdys** (3 pav., b). Šviečiančiojo lango atvejis – šviečiantysis stačiakampis yra aukščiau apšviečiamojo ir jie statmeni. Apšvietos pasiskirstymo diagrama rodo, kad apšvieta pasiskirsto asimetriškai. Prie pat lango tiesioginė apšvieta  $E = 0$ ; ji sparčiai didėja, tolstant nuo šviečiančiojo stačiakampio, kol pasiekia  $E_{\max}$  (kai atstumas nuo lango priylgsta stačiakampio nešviečiančiosios dalies aukščiui).

**3 pavyzdys** (3 pav., c). Šviečiančiojo pasvirusio lango (stoglangio) atvejis – šviečiantysis stačiakampis yra aukščiau apšviečiamojo ir abu stačiakampiai sudaro  $70^\circ$  kampą. Apšvietos pasiskirstymo diagrama taip pat asimetriška. Prie pat lango tiesioginė apšvieta  $E = 0$ ; ji taip pat sparčiai didėja, tolstant nuo šviečiančiosios plokštumos, kol pasiekia  $E_{\max}$ . Tik šiuo atveju apšvieta beveik du kartus didesnė nei statmenų stačiakampių atveju.

### Išvados

1. Sukurtoji tiesioginės apšvietos nuo statmeno ir pasvirusio šviečiančiųjų stačiakampių skaičiavimo programa, taikant H. Higbie metodą, yra patogi moderniems apšvietimo įrenginiams analizuoti ir kurti.
2. Sukurta programa leidžia projektuoti ir modeliuoti: a) natūralų bei dirbtinį horizontalių paviršių apšvietimą nuo langų, stoglangių ir kitų laisvai pasirinktos orientacijos šviečiančiųjų plokštumų; b) natūralų bei dirbtinį vertikalų sienų apšvietimą nuo langų ir švieslubių.

### Literatūra

1. Патнер Е. //Бюлетень Всесоюзного энергетического института. 1934. Nr.10
2. Higbie H. /Transaction of Illuminating Engineering Society. 1925. V. 5.

Pateikta spaudai 2003 01 02

**Barauskas R., Masiokas S., Pakėnas V. Apšvieta nuo pakrypusios stačiakampės plokštumos // Elektronika ir elektrotechnika. – Kaunas: Technologija, 2003. Nr.2(44). – P. 36-39.**

Tiesioginę apšvietą nuo pakrypusio stačiakampio ypač svarbu apskaičiuoti, projektuojant ir analizuojant modernias natūralaus bei dirbtinio apšvietimo sistemas. Vienas iš metodų, leidžiančių apskaičiuoti apšvietą, priklausančią nuo šviečiančiojo stačiakampio ploto ir jo padėties skaičiuojamosios plokštumos atžvilgiu, yra H. Higbie metodas. Nors šis metodas paskelbtas 1925 m., tačiau dėl sudėtingų skaičiavimų inžinerinėje praktikoje buvo mažai naudojamas.

Sukurta tiesioginės apšvietos nuo pasvirusio stačiakampio skaičiavimo programa MATLAB terpėje. Ji leidžia modeliuoti ir projektuoti: a) natūralų bei dirbtinį horizontalių paviršių apšvietimą nuo langų, stoglangių bei kitų laisvai pasirinktos orientacijos šviečiančiųjų plokštumų; b) natūralų bei dirbtinį vertikalų sienų apšvietimą nuo langų ir švieslubių. Il. 3, bibl. 2 (lietuvių kalba; santraukos lietuvių, anglų ir rusų k.)

**Barauskas R., Masiokas S., Pakėnas V. Illuminance Caused by Inclined Rectangular Plane // Electronics and Electrical Engineering. – Kaunas: Technologija, 2003. Nr.2(44). – P. 36-39.**

The calculation of illuminance caused by inclined rectangular plane is important for the analysis of modern lighting systems of natural and artificial light. One of the calculation methods developed by H. Higbie enables to calculate the illuminance depending upon the area of the luminous surface and its position with respect to the calculated area. Though the method was published in 1925, its complexity prevented the application in engineering practice for many years.

In this work a program for calculation of illuminance caused by the inclined rectangular luminous plane has been developed in MATLAB environment. It enables to model and to design: a) natural and artificial horizontal illuminance from windows, skylights and other luminous planes of free orientation; b) natural and artificial vertical illuminance of walls from windows and luminous ceilings. Ill. 3, bibl. 2 (in Lithuanian; summaries in Lithuanian, English and Russian).

**Бараускас Р., Масиокас С., Пакенас В. Освещенность от наклонной прямоугольной плоскости // Электроника и электротехника. – Каунас: Технология, 2003. - № 2(44). – С. 36-39.**

Расчёт освещённости от наклонного прямоугольника часто необходим в случае проектирования и проведения анализа современных осветительных систем естественного и искусственного освещения. Один из методов, позволяющих произвести расчёт освещённости от светящихся прямоугольников, расположенных по-разному относительно освещённой площади, является метод Г. Хигби. Несмотря на то, что этот метод был опубликован в 1925 г., из-за сложных расчётов он мало применялся для практических целей.

Для расчёта прямой составляющей освещённости от наклонного прямоугольника создана программа в среде MATLAB. Она позволяет моделировать и проектировать: а) естественное и искусственное освещение от окон, световых проёмов в крыше и др. прямоугольников свободно выбранной ориентации; б) естественное и искусственное освещение вертикальных стен от окон и светящихся потолков. Ил. 3, библи. 2 (на литовском языке; рефераты на литовском, английском и русском яз.)